Diplomprüfung theoretische Physik

9. Februar 2000

Prüfer: Dosch
Note: 1

1 Elektrodynamik

D: Fangen wir mit der Elektrodynamik an. Da gibt es die Maxwell-Gleichungen ... Schreiben Sie die mal hin.

I: (hingeschrieben)

D: Nun betrachten wir den magnetostatischen Fall. Was brauchen wir da?

I: Wir müssen eine gegebene Stromdichteverteilung $\vec{\jmath}(\vec{r})$ haben ...

D: Richtig, denn ohne Stromdichteverteilung ist da nicht viel los ... Das Magnetfeld ist dann?

I: Null, ähh, konstant. Wenn wir das Vektorpotential $\vec{A}$ einführen ...

D: Langsam.

I: Ach so, wegen $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ können wir $\vec{B}$ als Rotation darstellen, $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Damit ist

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}\underbrace{(\vec{\nabla} \cdot \vec{A})}_{=0} - \Delta\vec{A} \quad (\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \text{ wegen Coulomb-Eichung})$$

Man hat mit den Potentialen eine gewisse Eichfreiheit, deshalb kann man z.B. die Coulomb-Eichung wählen. Damit erhält man $\Delta\vec{A} = -\frac{4\pi}{c}\vec{\jmath}$, die man mit Greenschen ...

D: Ja, diese Gleichung kennen wir schon

I: Es gibt ein Analogon für das skalare Potential Φ in der Elektrostatik, $\Delta\Phi = -4\pi\varrho$.

D: Wie kann man den sehen, dass $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ gilt, ohne $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ zu benutzen?

I: (wusste erstmal überhaupt nicht, worauf er hinaus wollte, es folgte ein eher weniger erfreuliches Herumstochern mit dem Helmholtzschen Wirbelsatz. Irgendwie sind wir dann auf $\oint \vec{V} \cdot d\vec{s} \neq 0$ gekommen)

D: Wann ist das der Fall?

I: (Stokesscher Satz) Wenn $\vec{\nabla} \times \vec{V}$ nicht verschwindet.

D: Wann denn noch? Zusammenziehen des Integrationsweges ...

I: Ach so, bei nicht einfach zusammenhängenden Flächen! (Damit war Dosch dann zufrieden)

2 Quantenmechanik

D: Nun zur Quantenmechanik. Wir wollen einen Laser bauen. Oder sagen wir Maser. Es soll jedenfalls um ein Zwei-Zustands-System gehen. Wie kann man das am einfachsten behandeln? Es gibt mehrere Möglichkeiten.

I: Man kann den allgemeinen Zustand als Linearkombination zweier Basiszustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ darstellen, $a|0\rangle + b|1\rangle$, also auch als zweidimensionalen Vektor. Der Hamilton-Operator ist dann eine 2×2-Matrix und die (zeitunabhängige) Schrödingergleichung sieht so aus:

$$\begin{pmatrix} \langle 0|H|0\rangle & \langle 0|H|1\rangle \\ \langle 1|H|0\rangle & \langle 1|H|1\rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Die Matrix ist hermitesch, weil auch der Hamilton-Operator hermitesch ist. Die Energieeigenwerte sind einfach die Eigenwerte dieser Matrix. In einer Basis aus Eigenzuständen $|E_n\rangle$ ist dann z.B. $|0\rangle = \langle E_0|0\rangle|E_0\rangle + \langle E_1|0\rangle|E_1\rangle$.

D: Wie sieht denn die Zeitentwicklung eines Zustandes aus?

I: Die bekommt man am einfachsten, indem man den Zeitentwicklungsoperator $e^{\frac{i}{\hbar}Ht}$ auf einen solchen Zustand anwendet. Die Exponentialfunktion eines Operators sieht erstmal etwas ungewöhnlich aus, aber man muss einfach die Potenzreihe dafür einsetzen. Für einen Eigenzustand kann man das H im Exponenten durch den Energieeigenwert E_n ersetzen. (Nach einigem Herumstochern) Wenn man die Eigenzustände mit $|E_0\rangle$ und $|E_1\rangle$ bezeichnet, sieht die Zeitentwicklung wie folgt aus ($|\psi(t=0)\rangle = a'|E_0\rangle + b'|E_1\rangle$):

$$|\psi(t)\rangle = a' e^{\frac{i}{\hbar}E_0 t}|E_0\rangle + b' e^{\frac{i}{\hbar}E_1 t}|E_1\rangle$$

D: Wie ist denn ein solches Zwei-Niveau-System physikalisch realisiert?

I: Z.B. als NH_3-Maser: Bei einem NH_3-Molekül kann das Stickstoffatom sich entweder oberhalb oder unterhalb der Ebene mit den Wasserstoffatomen befinden. Zwischen diesen Lagen sind (Tunnel-) Übergänge möglich.

D: Zeichnen Sie mal das Potential hin.

I: (Doppelmuldenpotential hingezeichnet, Grundzustand eingezeichnet.)

D: Wie kann man das Potential nähern?

I: Wenn man um die Minima bis zur zweiten Ordnung entwickelt, erhält man das Potential des harmonischen Oszillators (wollte alles Mögliche über den harmonischen Oszillator erzählen, wurde aber gebremst)

D: Wie sollte der erste angeregte Zustand liegen, damit man das Ganze als Zwei-Niveau-System betrachten kann?

I: Möglichst hoch.

D: Wie sieht der Grundzustand des harmonischen Oszillators aus (WF)?

I: $\propto e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{x_0}\right)^2}$, Gauß-Kurve.

D: Wenn man das so nähert, kommt die Übergangswahrscheinlichkeit dann eher zu groß oder zu klein heraus?

I: (mit einiger Hilfe): Das genäherte Potential verläuft höher als das tatsächliche Potential, daher zu klein (geringerer Überlapp, Tunnelwahrscheinlichkeit)

D: Maser wurden früher als Zeitstandards benutzt. Warum hat man da keine optischen Übergänge benutzt?

I: Weil man den Resonator für diese Wellenlängen besser abstimmen kann?

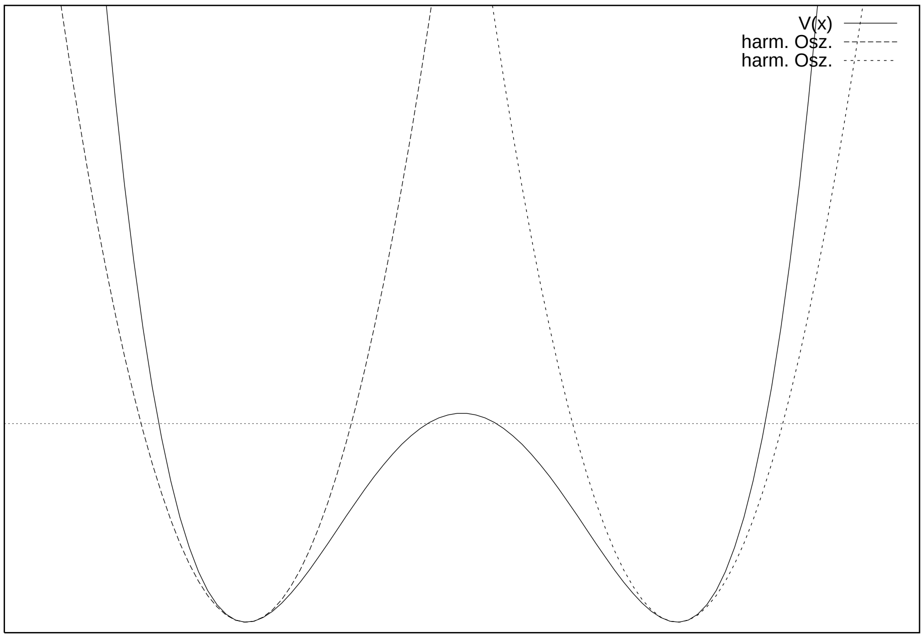

Abbildung 1: Das Doppelmuldenpotential des NH_3-Moleküls

D: Ja; was bestimmt denn die Energieaufspaltung zwischen den Niveaus?

I: (Wollte auf die Nebendiagonalelemente des Hamilton-Operators raus, gefiel ihm anscheinend nicht so ganz)[...]

D: Wie gesagt, NH_3-Maser waren früher die Zeitstandards. Wissen Sie, was man heute nimmt?

I: Die Hyperfeinstrukturaufspaltung des Cs-Grundzustandes (hätte ich nicht sagen sollen, denn:)

D: Schreiben Sie mal den Hamilton-Operator mit Hyperfeinstruktur auf (H-Atom).

I: (schluck)$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - \frac{e^2}{r} + K_1\vec{L}\cdot\vec{S} + K_2\vec{I}\cdot\vec{S}$ (Ich war nicht mehr ganz sicher, wie die Vorfaktoren für FS/HFS nun genau waren, peinlicherweise rutschte mir das Wort Konstante raus)

D: Wie hängt K_1 von r ab?

I: $\propto \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}$, hier $\propto \frac{1}{r^3}$.

D: Nun zur Hyperfeinstruktur. Wann „spürt" das Elektron den Kernspin?

I: Äh, wenn es sehr nah am Kern ist.

D: Was nimmt man für eine r-Abhängigkeit an?

I: δ-Funktion? (Es folgte eine Unterhaltung über die Größenordnung der Hyperfeinstruktur ($\frac{\mu_K}{\mu_B} = \frac{1}{1836}$)

D: Wo ist das denn noch wichtig?

I: Die Hyperfeinstruktur?

D: Sagen wir der Kernspin.

I: Zum Kühlen: adiabatische Entmagnetisierung: Man legt ein Magnetfeld an, die Kernspins richten sich aus, man schaltet das Feld ab und die Kernspins sind zunächst noch in einem relativ geordneten Zustand. Nach und nach relaxieren sie und entziehen ihrer Umgebung dabei Wärme (Entropie).

Das war dann die Überleitung zur:

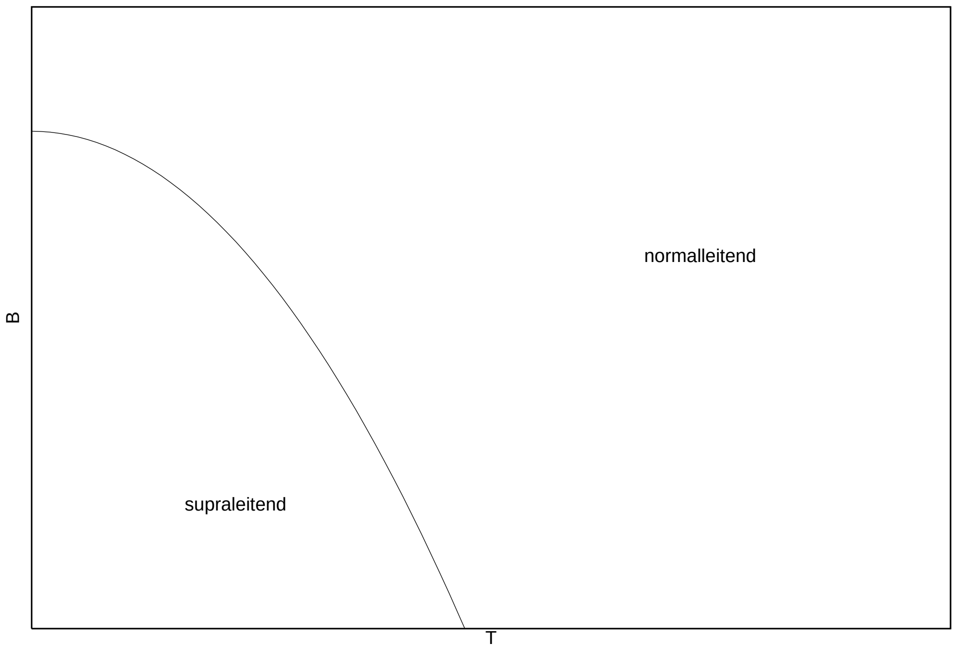

Abbildung 2: Das Phasendiagramm eines Supraleiters

3 Thermodynamik/statistische Mechanik

D: Bleiben wir bei den tiefen Temperaturen. Warum sind die für die Physik so wichtig?

I: Weil es viele Phänomene gibt, die nur bei tiefen Temperaturen auftreten (Wärme ist im Prinzip ungeordnete Bewegung der Atome/Moleküle), z.B. Tunneleffekte oder die Supraleitung.

D: Was passiert denn in einem Supraleiter?

I: Es bilden sich Cooper-Paare, also Elektronen mit entgegengesetztem Spin und Impuls, die über den Austausch eines virtuellen Phonons (über das Gitter) miteinander wechselwirken.

D: Warum muss es Cooper-Paare geben?

I: Weil der supraleitende Zustand eine Art Bose-Einstein-Kondensation darstellt und Elektronen Fermionen sind.

D: Warum verschwindet der elektrische Widerstand? Was passiert denn in einem Normalleiter?

I: Die Elektronen stoßen mit Phononen oder untereinander, es gilt $\sigma \propto \tau$ (Leitfähigkeit-Stoßzeit). In einem Supraleiter tritt eine Energielücke zwischen dem supraleitenden Grundzustand und dem ersten angeregten Zustand auf, die durch Stöße nicht überwunden werden kann. Die Elektronen (in Cooper-Paaren) stoßen also nicht.

D: Zeichnen Sie mal das Phasendiagramm eines Supraleiters hin.

I: (hingezeichnet)

D: Was gibt es denn noch für Effekte in Supraleitern?

I: Magnetfelder werden aus Supraleitern verdrängt (Meißner-Ochsenfeld-Effekt)

D: Wie kann man das zeigen ... z.B. mit einem Kreisprozess?

I: (versuche zunächst mit beliebig großen Oberflächenströmen, falls ein Magnetfeld eindringen sollte, zu argumentieren, gehe es aber dann etwas thermodynamischer an) Man kann die freie Energie eines Supraleiters mit der eines Normalleiters vergleichen. Im Magnetfeld gilt $F = -S \cdot dT - p \cdot$

$dV + V\vec{M} \cdot d\vec{B}$. Für einen Normalleiter ist $M \ll B$, im Supraleiter ist $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} = 0$, also $\vec{M} = -\frac{1}{4\pi}\vec{H}$. Deshalb ist der „feldfreie“ Zustand energetisch begünstigt.

D: Die freie Energie ist eine gute Wahl, wenn es um Phasenübergänge geht. Warum?

I: Bei der inneren Energie sind S und V die unabhängigen Variablen ($dU = TdS - pdV$). Normalerweise kontrolliert man aber die Temperatur.

D: Was gibt es denn für Phasenübergänge?

I: n. Ordnung: $\mu_A = \mu_B$, $\frac{\partial^n \mu_A}{\partial T^n} \neq \frac{\partial^n \mu_B}{\partial T^n}$

D: Welche sind am einfachsten zu beobachten?

I: Die Phasenübergänge erster Ordnung, weil sie mit einer latenten Wärme verbunden sind.

D: Nehmen wir mal ein van der Waals-Gas. Zeichnen sie mal ein Zustandsdiagramm hin.

I: (zunächst etwas verwirrt, dann van der Waals-Isotherme hingemalt; das war auch genau das, was er haben wollte).

D: Jetzt kann man, wenn man die freie Energie betrachtet, etwas sehen ...

I: Es gilt $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = -\left(\frac{\partial^2 F}{\partial V^2}\right)$. Die Bereiche mit positiver Steigung sind thermodynamisch instabil (Maximum von F), treten also nicht auf. Der Phasenübergang Gas-Flüssigkeit verläuft entlang einer horizontalen Linie (Maxwell-Konstruktion; noch etwas über Energieerhaltung gefaselt, was aber Quatsch war)

D: Wissen Sie, wer die freie Energie eingeführt hat?

I: Helmholtz? (wegen Helmholtz-Potential)

D: Richtig. Ein bisschen Heidelberger Lokalkolorit ...

4 Bilanz

Mit der Note hatte ich nach dem etwas konfusen Verlauf der Prüfung nicht gerechnet! Dosch war während der Prüfung die ganze Zeit gut gelaunt und freundlich, trotzdem war ich während der Prüfung ziemlichnervös. Er hilft, wenn man nicht weiterkommt und verzeiht anscheinend Flüchtigkeitsfehler. Seine Fragen sind manchmal etwas abgefahren, man weiß nicht immer, worauf er nun eigentlich hinaus will, was er einem aber auch nicht übel nimmt. Auf jeden Fall ein empfehlenswerter Prüfer.

5 Literatur

E-Dynamik: Fließbach, Jackson (ausschittsweise!)

QM: Schwabl (am Anfang ganz gut, lässt nach: Streutheorie kann man ziemlich vergessen, deshalb dafür Mayer-Kuckuk, Kernphysik), Vorlesungsmitschrieb Bender

ThermoStat: Fließbach, Vorlesungsmitschrieb (Gromes)